



Jean-Marie Monier

Giáo trình Toán - Tập 3

GIẢI TÍCH 3

Giáo trình và
500 bài tập có lời giải



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



DUNOD

Giáo trình Toán - Tập 3

Cours de mathématiques - 3

GIẢI TÍCH 3

ANALYSE 3

Cuốn sách này được xuất bản trong khuôn khổ Chương trình Đào tạo Kỹ sư Chất lượng cao tại Việt Nam, với sự trợ giúp của Bộ phận Văn hóa và Hợp tác của Đại Sứ quán Pháp tại nước Cộng hòa Xã hội chủ nghĩa Việt Nam.

Cet ouvrage, publié dans le cadre du Programme de Formation d'Ingénieurs d'Excellence au Vietnam, bénéficie du soutien du Service Culturel et de Coopération de l'Ambassade de France en République Socialiste du Vietnam.

Jean-Marie Monier

Giáo trình Toán
Tập 3

GIẢI TÍCH 3

Giáo trình và 500 bài tập có lời giải

Người dịch :

NGUYỄN VĂN THƯỜNG

(Tái bản lần thứ hai)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Lời nói đầu

Bộ giáo trình Toán mới này, với nhiều bài tập có lời giải, được biên soạn dành cho sinh viên giai đoạn I các trường đại học công nghệ quốc gia (năm thứ 1 và thứ 2, mọi chuyên ngành), cho sinh viên giai đoạn I đại học khoa học, và cho các thí sinh dự thi tuyển giáo sư trung học phổ thông.

Bố cục của bộ giáo trình như sau :

Tập 1 : Giải tích 1 } *Giải tích* năm thứ 1
Tập 2 : Giải tích 2 }

Tập 3 : Giải tích 3 } *Giải tích* năm thứ 2
Tập 4 : Giải tích 4 }

Tập 5 : Đại số 1 *Đại số* năm thứ 1

Tập 6 : Giải tích 2 *Đại số* năm thứ 2

Tập 7 : Hình học *Hình học* năm thứ 1 và thứ 2.

Để kiểm chứng mức độ lĩnh hội kiến thức, trong mỗi chương độc giả sẽ thấy nhiều bài tập có lời giải in ở cuối sách. Trừ một vài trường hợp đặc biệt, các bài tập này đều khác với những bài đã có trong bộ bài tập có lời giải gồm tám tập mới xuất bản.

Nhiều vấn đề ở ranh giới của chương trình được đề cập ở cuối chương, dưới dạng các bổ sung có lời giải.

Tác giả rất mong nhận được những lời phê bình và gợi ý của độc giả. Xin vui lòng gửi các ý kiến đến Nhà xuất bản Dunod, 5, phố Laromiguière, 75005 Paris.

Jean-Marie Monier

Lời cảm ơn

Tôi xin bày tỏ tại đây lòng biết ơn đến rất nhiều bạn đồng nghiệp đã vui lòng nhận kiểm tra lại từng phần của bản thảo hoặc của bản đánh máy, là : Robert AMBLARD, Bruno ARSAC, Chantal AURAY, Henri BAROZ, Alain BERNARD, Isabelle BIGEARD, Jacques BLANC, Gérard BOURGIN, Gérard-Pierre BOUVIER, Gérard CASSAYRE, Gilles CHAFFARD, Jean-Yves CHEVROLAT, Jean-Paul CHRISTIN, Yves COUTAREL, Catherine DONY, Hermin DURAND, Jean FEYLER, Nicole GAILLARD, Marguerite GAUTHIER, Daniel GENOUD, Christian GIRAUD, Alain GOURET, André GRUZ, André LAFFONT, Jean-Marc LAPIERRE, Jean-Paul MARGIRIER, Annie MICHEL, Rémy NICOLAÏ, Michel PERNOUD, Jean REY, René ROY, Philippe SAUNOIS, Patrice SCHWARTZ và Gérard SIBERT.

Cuối cùng, tôi cảm ơn sâu sắc Nhà xuất bản Dunod, Gisèle Maïus và Michel Mounic, mà trình độ chuyên môn và tính kiên trì đã tạo điều kiện hoàn thành các tập sách này.

Jean-Marie Monier

Mục lục

Phần thứ nhất - Giáo trình

Chương 1	Không gian vectơ định chuẩn	3
1.1	Các khái niệm tôpô trong không gian vectơ định chuẩn	3
1.1.1	Chuẩn, khoảng cách liên kết	3
1.1.2	Quả cầu, hình cầu	13
1.1.3	Bộ phận giới nội của một kgvđc	14
1.1.4	Lân cận	16
1.1.5	Tập mở, tập đóng	17
1.1.6	So sánh các chuẩn	22
1.1.7	Miền trong, bao đóng, biên	27
1.1.8	Khoảng cách từ một điểm đến một bộ phận khác rỗng của một kgvđc	32
1.1.9	Dãy trong một kgvđc	34
1.1.10	Bổ sung : điểm tụ, điểm cô lập	41
1.2	Giới hạn, tính liên tục	43
1.2.1	Giới hạn	43
1.2.2	Tính liên tục	47
1.2.3	Tính liên tục đều	53
1.2.4	Ảnh xạ Lipschitz	54
1.2.5	Bổ sung : đồng phôi	57
1.2.6	Ảnh xạ tuyến tính liên tục	59
1.3	Tính compac	65
1.3.1	Đại cương	65
1.3.2	Trường hợp không gian hữu hạn chiều	72
1.4	Không gian đủ	77
1.4.1	Dãy Cauchy	77
1.4.2	Bộ phận đủ	79
1.4.3	Phần nâng cao dành cho khoa MP* : định lý điểm bất động	84
1.5	Tính liên thông theo cung	86
1.5.1	Tính liên thông theo cung trong một kgvđc hữu hạn chiều	86
1.5.2	Bổ sung : Tính liên thông	90
1.5.3	Bổ sung : Thành phần liên thông	95
1.6	Không gian tiền - Hilbert	98
1.6.1	Tích vô hướng	98
1.6.2	Các bất đẳng thức và các chuẩn Euclide	102
1.6.3	Tính trực giao	107
1.6.4	Thủ tục trực giao hoá Schmidt	112
1.6.5	Phép chiếu trực giao lên một kgvđc hữu hạn chiều	114

Mục lục VIII

1.6.6	Chuẩn của một phép tự đồng cấu trong một không gian Euclide	117
Bổ sung		121
Chương 2	Hàm vectơ một biến thực	125
2.1 Đại cương		125
2.1.1	Cấu trúc của E^X	125
2.1.2	Tính chặn lẻ	128
2.1.3	Tính tuần hoàn	128
2.1.4	Ảnh xạ bị chặn	130
2.1.5	Giới hạn	132
2.1.6	Tính liên tục từng khúc	135
2.2 Đạo hàm		138
2.2.1	Đạo hàm tại một điểm	138
2.2.2	Các tính chất đại số của các ánh xạ khả vi tại một điểm	139
2.2.3	Ảnh xạ đạo hàm	142
2.2.4	Đạo hàm cấp cao	146
2.2.5	Lớp của một ánh xạ	148
2.2.6	Bổ xung : vi phân	152
2.2.7	Đạo hàm các hàm lấy giá trị ma trận	153
2.3 Tích phân trên một đoạn		155
2.3.1	Tích phân các ánh xạ bậc thang trên một đoạn	155
2.3.2	Dãy ánh xạ (sơ lược)	158
2.3.3	Xấp xỉ đều bằng những ánh xạ bậc thang hay bằng những ánh xạ afin từng khúc và liên tục	162
2.3.4	Tích phân các ánh xạ liên tục từng khúc trên một đoạn	164
2.3.5	Tổng Riemann	174
2.3.6	Tích phân và đạo hàm	175
2.3.7	Bất đẳng thức số gia hữu hạn	178
2.3.8	Đổi biến	181
2.3.9	Phép tích phân từng phần	183
2.3.10	Công thức Taylor với phần dư tích phân	184
2.3.11	Định lý thay thế	185
2.3.12	Tích phân phụ thuộc một tham biến	186
2.4 So sánh trong lân cận một điểm		199
2.4.1	Tính trội, ưu thế	199
2.4.2	Hàm tương đương	201
2.4.3	Khai triển hữu hạn vectơ	203
2.5 Tích phân trên một khoảng bất kỳ		205
2.5.1	Hàm khả tích với giá trị thực dương hay bằng không	205
2.5.2	Hàm giá trị phức khả tích	220
2.5.3	Tích phân các quan hệ so sánh	242
2.5.4	Tích phân suy rộng	245

2.5.5 Tích phân phụ thuộc một tham số	250
Bổ sung	266
Chương 3 Chuỗi	269
3.1 Chuỗi với số hạng thuộc một kgvđc	269
3.1.1 Đại cương	269
3.1.2 Cấu trúc đại số của các chuỗi hội tụ	273
3.2 Chuỗi với các số hạng thuộc \mathbb{R}_+	276
3.2.1 Bổ đề cơ bản	276
3.2.2 Các định lý so sánh	277
3.2.3 Chuỗi Riemann	278
3.2.4 Chuỗi lũy thừa	281
3.3 Chuỗi với số hạng thuộc một kgvđc	296
3.3.1 Điều kiện cần và đủ Cauchy	296
3.3.2 Sự hội tụ tuyệt đối	297
3.3.3 Các chuỗi thông dụng trong một đại số Banach	302
3.3.4 Dây khả tổng thực hay phức	304
3.3.5 Chuỗi đan dấu	310
3.3.6 Thí dụ về việc sử dụng một khai triển tiệm cận	312
3.3.7 So sánh về một chuỗi với một tích phân	315
3.3.8 Khảo sát giá trị của tổng của một chuỗi	325
3.3.9 Cộng các hệ thức so sánh	332
3.3.10 Bổ sung : nhóm các số hạng	337
3.4 Họ khả tổng	341
3.4.1 Khái niệm về tập đếm được	341
3.4.2 Họ khả tổng những phần tử của \mathbb{K}	343
Bổ sung	362

Phần thứ hai

Chỉ dẫn và trả lời các bài tập

Chương 1	370
Chương 2	419
Chương 3	513
Bảng ký hiệu	585
Bảng thuật ngữ	587